ESTADO LIMITE ÚLTIMO – FORÇA CORTANTE

1. Introdução

Considera-se, no que segue, a resistência à força cortante de vigas de concreto armado, de seção constante, para as quais já se tenha obtido as solicitações M_d , N_d e V_d do Estado Limite Último, através de análise elástica, com ou sem redistribuição das solicitações, ou através de análise elasto-plástica. Supõe-se que as condições de ductilidade estejam satisfeitas, com a limitação da profundidade da LN do ELU – Flexão, ou com a verificação da capacidade de rotação plástica das seções críticas. Tem-se, com isto, os diagramas dos esforços solicitantes decorrentes das cargas devidamente majoradas pelo coeficiente de segurança parcial γ_f , com arranjo espacial e combinação mais desfavorável. Estes diagramas servirão de base para o dimensionamento à força cortante.

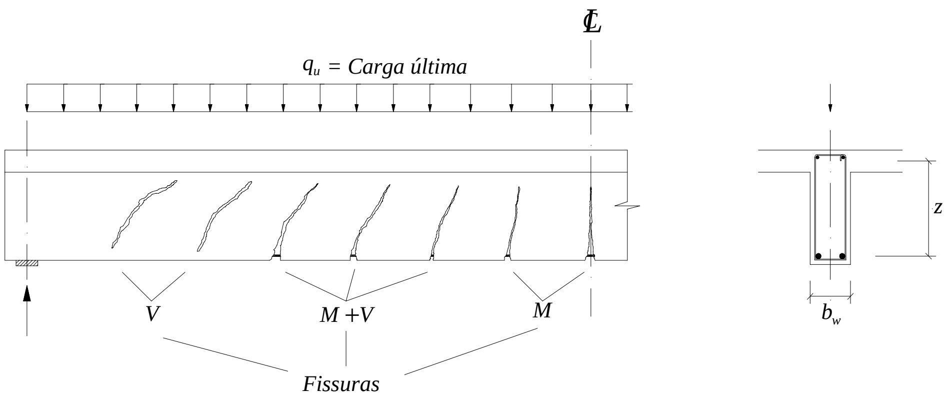


Fig. 1

A força cortante é melhor estudada seguindo-se o fluxo das cargas até os apoios finais, para o que é necessário examinar a peça como um todo e não apenas a seção transversal. A teoria que se pode tomar como base é a que faz uso de campos descontínuos de tensão, nos quais são satisfeitas as condições de equilíbrio e de resistência. Na alma e nas flanges da viga tem-se campos de compressão para o concreto e campos de tração para os estribos, ambos acoplados a banzos longitudinais (“stringers”) tracionados (armadura longitudinal) e comprimidos (concreto). Uma simplificação do modelo de campos descontínuos de tensão corresponde a substituí-los pelas resultantes, com o que obtém-se uma treliça (no presente texto) de banzos paralelos.

Como mostra a Fig. 1, na ruína a peça encontra-se extensamente fissurada, com <u>*fissuras verticais de flexão*</u>, <u>*fissuras inclinadas de flexão e de força cortante*</u>, e, ainda, <u>*fissuras inclinadas apenas na alma da viga, devidas à força cortante*</u>. Ao longo das fissuras há transmissão de força cortante por atrito, uma parcela denominada V_c, ou em termos de tensão tangencial $\tau_c = V_c / b_w z$. Por esta razão, e também porque há transmissão de força cortante no banzo comprimido, a inclinação do campo diagonal de compressão da alma, em relação ao eixo longitudinal da viga, é menor que a inclinação da fissura.

No item 2, mostra-se o uso de campos descontínuos de tensão no dimensionamento de vigas no ELU, indicando-se a correspondente simplificação do modelo resistente representado pela _treliça de banzos paralelos_, no caso de vigas de seção constante. Neste modelo, a inclinação do campo de compressão é escolhida livremente, usualmente na faixa 45^{o} a 25^{o}, sem qualquer menção à parcela da força cortante transmitida por atrito na fissura e no banzo comprimido.

No item 3, mostra-se o Modelo I de dimensionamento à força cortante adotado na NBR 6118: 2003. No item 4, segue-se as FIP Recommendations, 1999, nas quais encontram-se as equações para a determinação do ângulo de inclinação da fissura, em relação ao eixo longitudinal da peça, nas modalidades de flexo-tração, flexão simples e flexo-compressão, o que permite _acoplar a inclinação do campo de compressão à inclinação da fissura_. Assim, será possível ver que a Analogia da Treliça Modificada (usada na NBR 6118: 2003 e 1978), ao determinar o ângulo de inclinação do campo de compressão acoplado ao ângulo de inclinação da fissura, é um caso particular do modelo de campos descontínuos de tensão, no qual há liberdade de escolha desse ângulo na faixa mencionada.

A seção resistente à força cortante da alma tem área $b_w z$, onde z é a distância entre os banzos comprimido e tracionado e b_w é a largura da alma. A fissuração da alma, atuando a força cortante V e as solicitações normais, N (negativa, se compressão) e M, pode ser _estimada_, de acordo com Marti, P., como segue. Ver a Fig. 2. A tensão *média* de cisalhamento na alma é dada por:

$$\tau = \frac{V}{b_w z} \qquad (1)$$

A tensão normal (negativa se compressão) no CG da seção, de área A_0, vale:

$$\sigma = \frac{N}{A_0} \qquad (2)$$

No instante imediatamente anterior à fissuração diagonal, tem-se a tensão tangencial decorrente da força cortante que produz a fissuração, $\tau = \tau_{cr}$, valor que permite obter a força cortante através de (1), e com ela a carga atuante. _A direção da tensão principal de compressão é, também, a da fissura diagonal prestes a se formar_. As tensões principais no CG da seção transversal, no caso, são dadas por:

$$\sigma_I = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\tau^2 + (\frac{\sigma}{2})^2} \qquad (3)$$

$$\sigma_{II} = \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\tau^2 + (\frac{\sigma}{2})^2} \qquad (4)$$

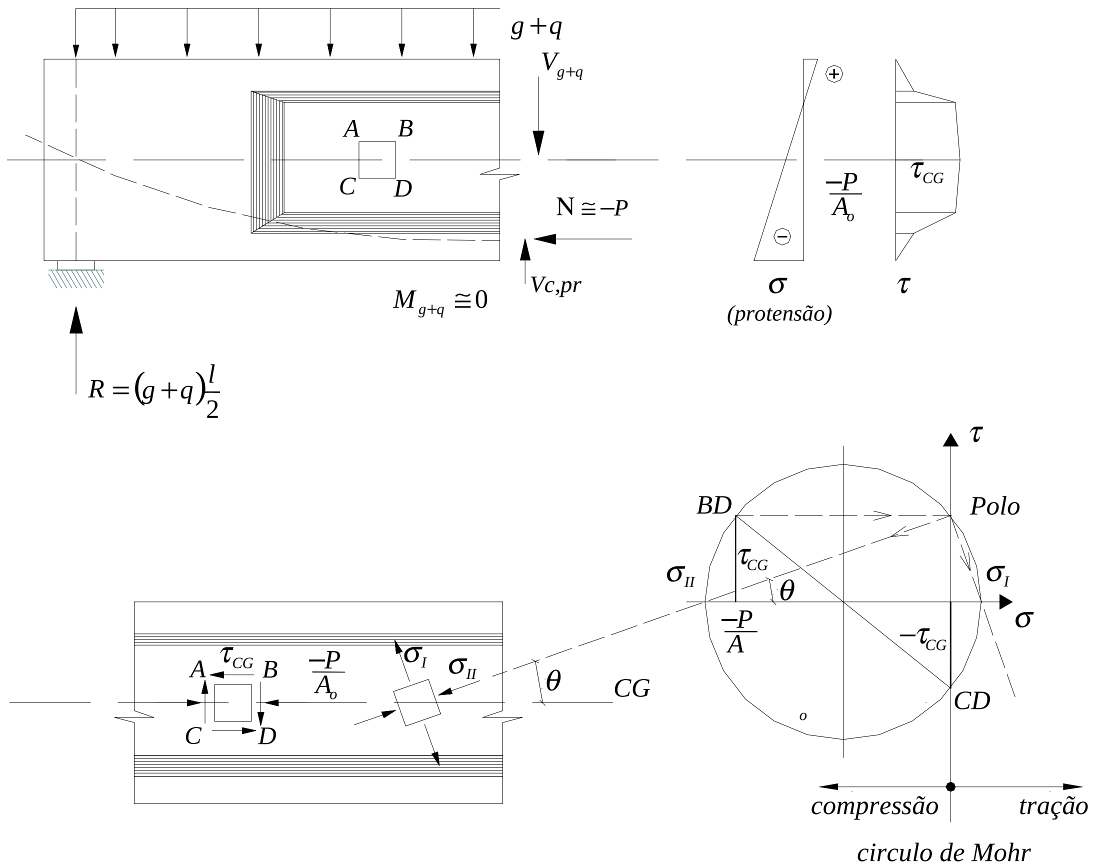


Fig. 2: Tensões principais no CG da seção. Exemplo com força normal de compressão (protensão); a tensão tangencial no CG pode ser substituída pelo valor médio na seção resistente à força cortante, de área $b_w z$.

Igualando-se a tensão principal de tração com a resistência à tração concreto (valor característico inferior), i. e., $\sigma_I = f_{ctk,\min}$, resulta de (3):

$$\tau_{cr} = f_{ctk,\min} \sqrt{1 - \frac{N}{A_0 f_{ctk,\min}}} \qquad (5)$$

A inclinação da fissura diagonal, prestes a se formar, é dada por:

$$tg\theta_{cr} = -\frac{\tau_{cr}}{\sigma_{II}} = -\frac{1}{\frac{\sigma}{2\tau_{cr}} - \sqrt{1+(\frac{\sigma}{2\tau_{cr}})^2}} \tag{6}$$

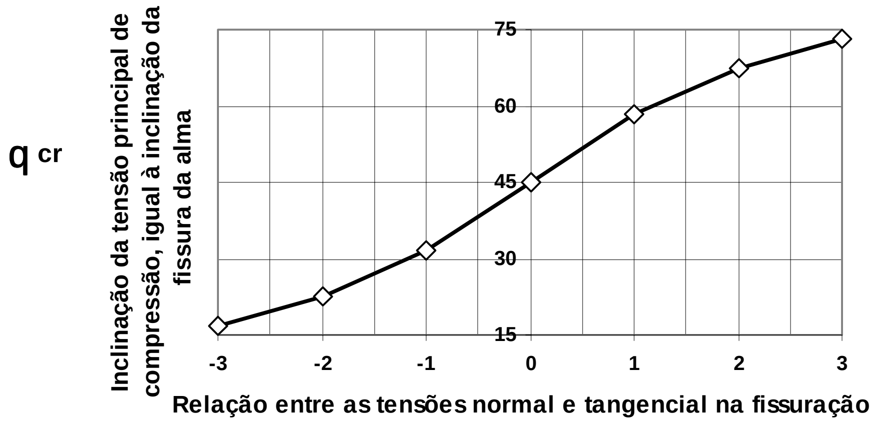


Fig. 3

A Fig. 3 mostra que na flexão simples, com $\sigma = 0$ no CG, a inclinação da fissura é (aproximadamente) 45°. A tensão principal de compressão, obtida de (4), é igual, em módulo, à tensão tangencial, $\sigma_{II} = -f_{ctk,\min}$. A inclinação da fissura diminui se houver compressão axial por força normal (peças protendidas, pilares), e aumenta se houver tração axial. Por exemplo, com $f_{ck} = 30\ MPa$, e $f_{ctk,\min} = 0{,}2 f_{ck}^{2/3} \cong 2\ MPa$, e se numa peça protendida a tensão normal, originada pela força de protensão, valer $\sigma = -0{,}15 f_{ck} = -4{,}5\ MPa$, resultariam $\frac{\sigma}{\tau_{cr}} = \frac{-4{,}5}{2} \cong -2{,}25$, $\theta_{cr} = 20{,}8^\circ$ e de (4):

$$\sigma_{II} = \frac{-4{,}5}{2} - \sqrt{2^2 + (\frac{-4{,}5}{2})^2} = -2{,}25 - 3{,}0 = -5{,}25\ MPa\ .$$

Se, ao contrário, houvesse uma tensão de tração igual a $\sigma = 0{,}15 f_{ck} = 4{,}5\ MPa$, a inclinação da fissura seria $\theta_{cr} = 69{,}2^\circ$, e a tensão principal de compressão diminuiria para:

$$\sigma_{II} = \frac{4{,}5}{2} - \sqrt{2^2 + (\frac{4{,}5}{2})^2} = 2{,}25 - 3{,}0 = -0{,}75\ MPa$$

Obtida a tensão tangencial no CG da seção, imediatamente antes da fissuração, estima-se a força cortante correspondente (junto ao apoio, onde a força V é máxima) da seguinte expressão:

$$V_{(g+q)_{cr}} \cong \tau_{cr} b_w z \tag{7}$$

onde a altura da seção resistente à força cortante, z, o mesmo que a distância entre os banzos comprimido e tracionado, pode ser igualada a 90% da altura da útil seção, ou seja, $z \cong 0{,}9d$. Se houver força cortante proveniente da protensão, $V_{c,pr}$, <u>*a força cortante efetiva na seção de concreto diminui*</u>, $V_{ef} = V_{(g+q)_{cr}} - V_{c,pr}$, cf. mostra a Fig. 2. Com isto, é maior a carga externa necessária à fissuração da alma (efeito igual ocorre na fissuração por flexão).

Como se pode esperar, a força normal de compressão atua favoravelmente, pois diminui a abertura da fissura da alma e aumenta o atrito (e o engrenamento do agregado graúdo, se a fissura se der na argamassa, contornando-o) entre as faces da fissura. No caso da protensão, há, pois, dois *efeitos favoráveis: o primeiro proveniente da compressão axial (cabos retos e curvos), e o segundo vindo da força cortante contrária à da carga externa (cabos curvos), e ambos reduzem consideravelmente a armadura necessária para resistir à força cortante*. Com freqüência, essa armadura transversal (estribos) resulta mínima, conforme os valores especificados nas normas.

2. Dimensionamento à Força Cortante

Na figura 4, representam-se os campos descontínuos de tensão e os modelos de treliça para uma viga T, sujeita a uma carga uniformemente distribuída ao longo do vão, considerando-se três ângulos θ do campo diagonal de compressão, a saber, 45^o, $33{,}7^o$ e $26{,}6^o$, correspondentes a $\cot\theta = 1$, $\cot\theta = 1{,}5$ e $\cot\theta = 2$. Conforme mostra a Fig. 4b, os campos descontínuos de tensão podem ser formados por chapas em forma de leque e paralelogramos, justapostos entre si. Nestes últimos, há um estado uniforme de compressão, cuja tensão principal tem direção dada pelo ângulo θ. No lado comum a dois paralelogramos há um salto, também uniforme, nessa tensão. Salto de intensidade variável ocorre ao longo da reta comum ao paralelogramo e ao leque. <u>*A tensão principal de tração é considerada nula, mas seu efeito é levado em conta na resistência f_{cd2} do concreto da alma*</u>. Estes campos de tensão podem ser substituídos, como simplificação, por uma treliça. As forças nas barras das treliças, correspondentes aos ângulos escolhidos, estão mostradas nas Figuras 4c, 4d e 4e, e delas conclui-se que:

(a) No banzo tracionado, ***para θ decrescente***, aumentam a armadura longitudinal e a força a ancorar no apoio. Simultaneamente, cai o consumo de estribos. Isto pode ser provado através do seguinte cálculo do volume total da armadura correspondente, em que são desprezados os comprimentos de ancoragem e ganchos (f_{ywd} *e* f_{yd} são os valores de cálculo das resistências ao escoamento das armaduras, respectivamente, transversal e longitudinal; c_1 é a altura do estribo):

$$\theta = 45^o: \quad \Sigma V_{sw} = c_1 \frac{600+480+360+240+120}{f_{ywd}} = c_1 \frac{1800}{f_{ywd}}$$

$$\Sigma V_{sl} = \frac{0{,}4 \times 360 + 0{,}8(960 + 1440 + 1470 + 1740) + 1{,}2 \times 2160}{f_{yd}} = \frac{7224}{f_{yd}}$$

$$\theta = 33{,}7^{o}: \ \Sigma V_{sw} = c_1 \frac{540 + 360 + 180}{f_{ywd}} = c_1 \frac{1080}{f_{ywd}}$$

$$\Sigma V_{sl} = \frac{0{,}6 \times 540 + 1{,}2(1350 + 1890) + 1{,}8 \times 2160}{f_{yd}} = \frac{8100}{f_{yd}}$$

$$\theta = 26{,}6^{o}: \ \Sigma V_{sw} = c_1 \frac{480 + 240}{f_{ywd}} = c_1 \frac{720}{f_{ywd}}$$

$$\Sigma V_{sl} = \frac{0{,}8 \times 720 + 1{,}6 \times 1680 + 2{,}4 \times 2160}{f_{yd}} = \frac{8448}{f_{yd}}$$

Desconsiderando a necessidade de armadura mínima, o consumo de estribos para o menor ângulo θ é apenas $720/1800 = 40\%$ do consumo de estribos para o maior ângulo. Em contrapartida, a armadura longitudinal aumenta $(\frac{8448}{7224} - 1) \times 100 = 17\%$.

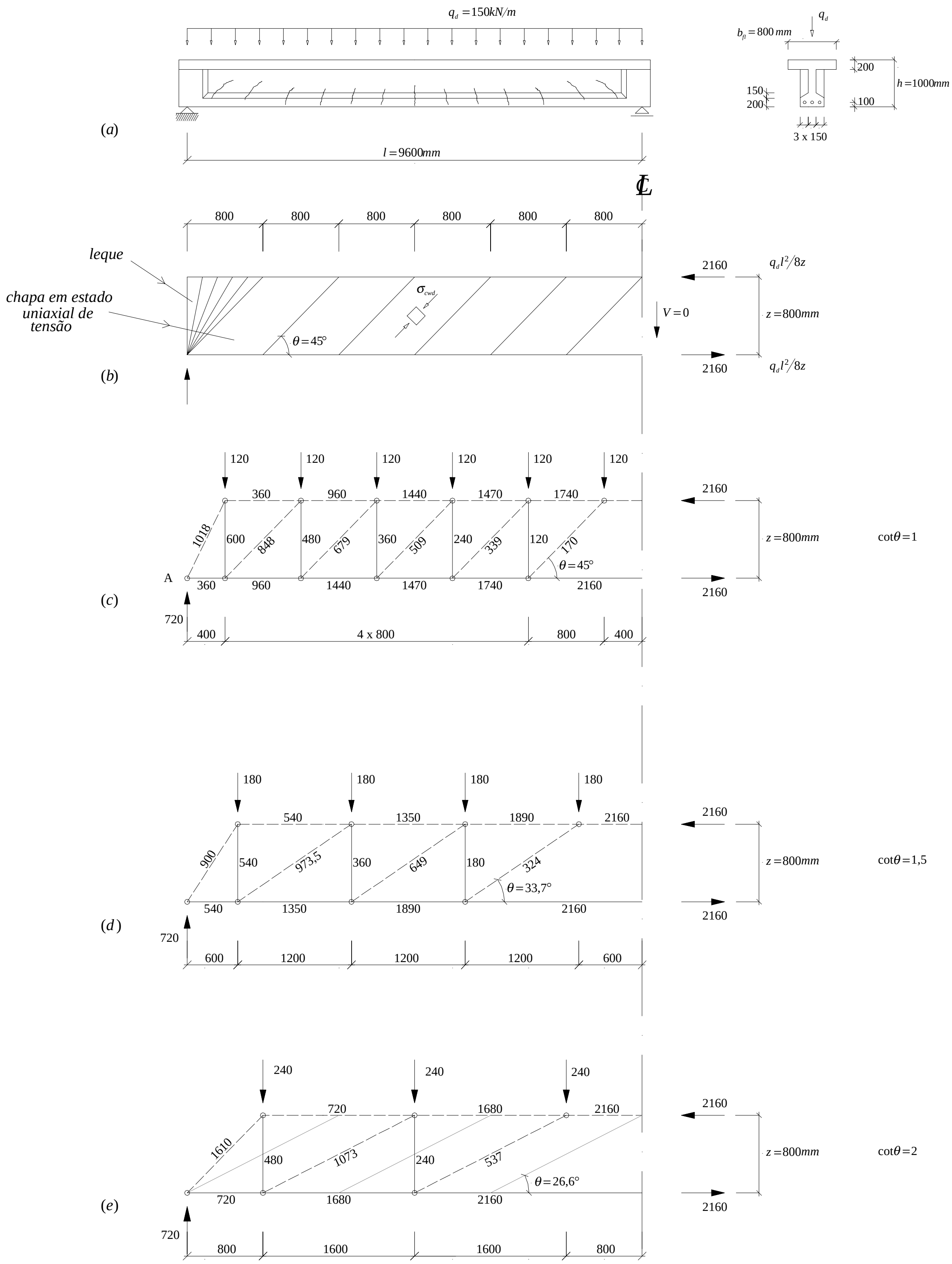
(b) O consumo de armadura por força cortante – a transversal mais a longitudinal – é pouco sensível à escolha do ângulo θ (pondo $c_1 \cong 0{,}95\,m$ e $f_{ywd} = f_{yd}$), como mostra o seguinte cálculo:

$$\Sigma V_{sw} + \Sigma V_{sl} = \frac{1}{f_{yd}} \begin{Bmatrix} 8934 \\ 9126 \\ 9132 \end{Bmatrix} \ para\ \theta = \begin{Bmatrix} 45^{o} \\ 33{,}7^{o} \\ 26{,}6^{o} \end{Bmatrix}$$

(c) A tensão de compressão no concreto da alma aumenta ***para*** θ ***decrescente***, cf. a Equação (10):

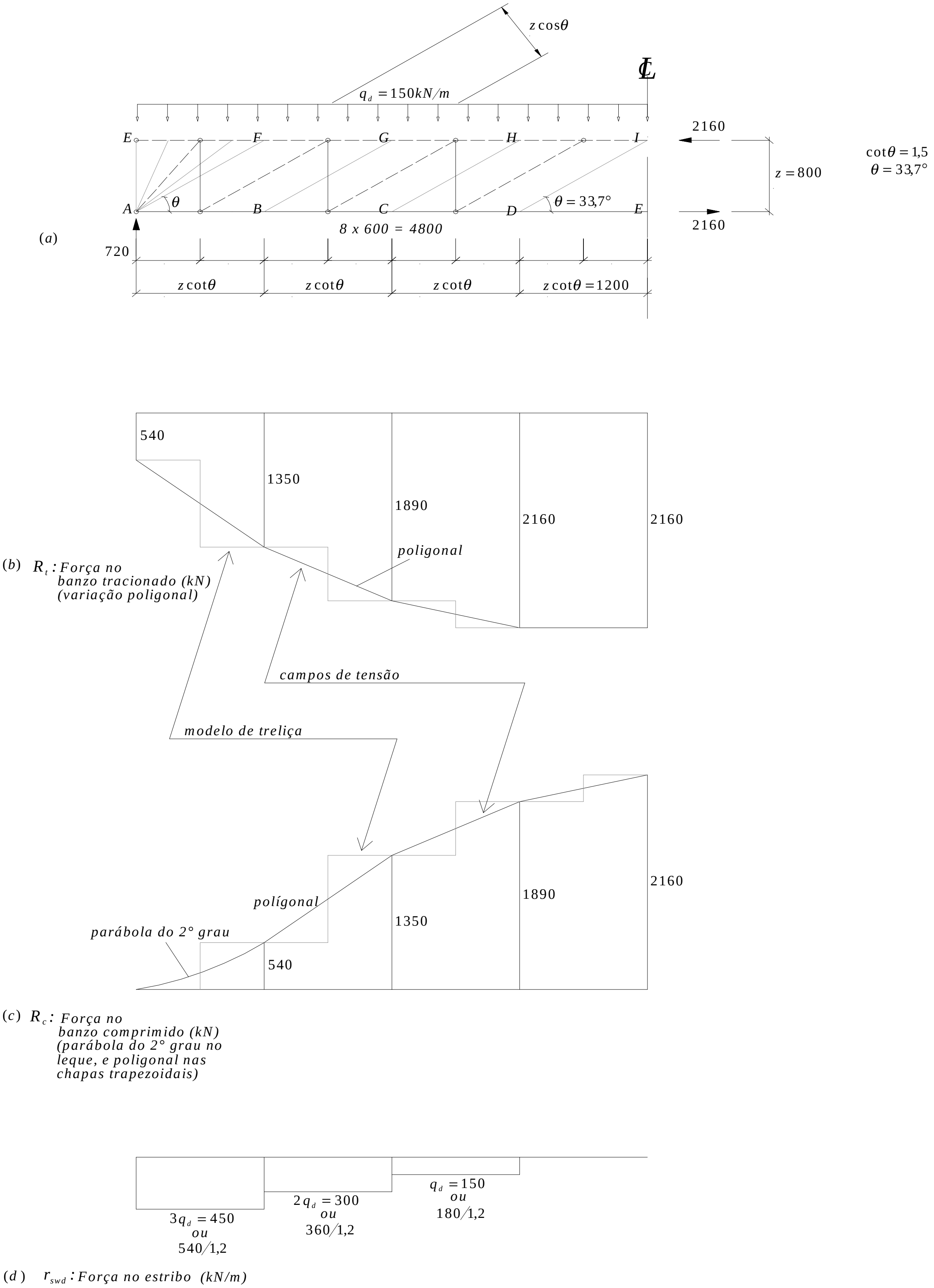
$$\sigma_{cwd} = \frac{V_d}{b_w z}(\tan\theta + \cot\theta) = \frac{V_d}{b_w z} \begin{Bmatrix} 2{,}0 \\ 2{,}17 \\ 2{,}5 \end{Bmatrix} \ \text{para} \ \theta = \begin{Bmatrix} 45^{o} \\ 33{,}7^{o} \\ 26{,}6^{o} \end{Bmatrix}$$

(d) A carga atuante na face superior da viga e situada no leque dirige-se diretamente ao apoio; portanto, <u>*esta parcela da carga não afeta a força no estribo*</u>. No leque, deve-se cuidar apenas da tensão de compressão no concreto junto à placa de apoio ou no correspondente nó. Ver adiante.



$q_d = 150kN/m$
$b_{fl} = 800\,mm$
q_d
200
$h = 1000mm$
150
200
100
3 x 150
(a)
$l = 9600mm$
800
800
800
800
800
800
leque
chapa em estado uniaxial de tensão
σ_{cwd}
$\theta = 45°$
(b)
2160
$q_d l^2/8z$
$V = 0$
$z = 800mm$
(c)
A
cotθ=1
(d)
$\theta = 33{,}7°$
cotθ=1,5
(e)
$\theta = 26{,}6°$
cotθ=2

Fig. 4



$z\cos\theta$
$q_d = 150kN/m$
E F G H I
A B C D E
θ
$\theta = 33{,}7°$
2160
$z = 800$
$\cot\theta = 1{,}5$
$\theta = 33{,}7°$
2160
(a)
720
8 x 600 = 4800
$z\cot\theta$ $z\cot\theta$ $z\cot\theta$ $z\cot\theta = 1200$
540
1350
1890
2160
2160
poligonal
(b) R_t : Força no banzo tracionado (kN) (variação poligonal)
campos de tensão
modelo de treliça
2160
1890
polígonal
1350
parábola do 2° grau
540
(c) R_c : Força no banzo comprimido (kN) (parábola do 2° grau no leque, e poligonal nas chapas trapezoidais)
$3q_d = 450$ ou $540/1{,}2$
$2q_d = 300$ ou $360/1{,}2$
$q_d = 150$ ou $180/1{,}2$
(d) r_{swd} : Força no estribo (kN/m)

Fig. 5

A Fig. 5 detalha as forças nos banzos e o cálculo da armadura transversal no segmento da viga onde a força cortante mantém seu sinal. O gráfico da força no banzo tracionado, cf. a Fig. 5b, permite interromper a armadura longitudinal, bastando apenas adicionar o comprimento de ancoragem.

O leque centrado, cf. a Fig. 6, é uma simplificação e, na realidade, deve-se considerar a geometria do apoio, de extensão a_o, com o que o ângulo da resultante de compressão do leque passa a ser:

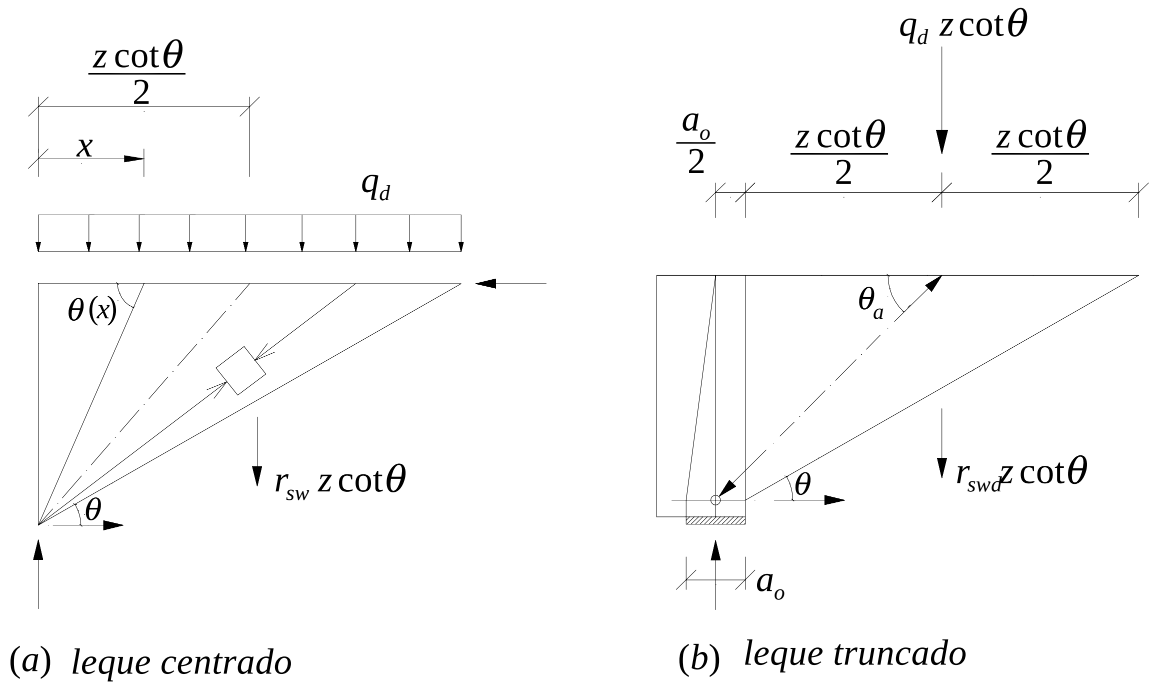


Fig. 6

$$\cot\theta_a = \frac{1}{2}\left(\frac{a_o}{z} + \cot\theta\right) \qquad (8)$$

Assim, p. ex., se $\cot\theta = 2$ e $\frac{a_o}{z} = \frac{200}{800} = 0{,}25$, resulta $\cot\theta_a = 1{,}125$, ou $\theta_a = 41{,}6^\circ >> \theta = 26{,}6^\circ$. Note-se que, se a largura do apoio for desconsiderada, resulta $\theta_a = 45^\circ$. Como se vê, as tensões de compressão no leque devem ser verificadas apenas no nó ABC, Fig. 7 ou Fig. 8. A formação do nó de apoio pode dar-se de diferentes maneiras, algumas delas mostradas na Fig. 8.

Os dois casos extremos, representados na Fig. 7, são calculados a seguir. Supõe-se a resistência do concreto da alma, f_{cd2}, limitada a $12MPa$, na viga da Fig. 5, para a qual se tem $\cot\theta = 1{,}5$ e $\cot\theta_a = 0{,}75$ ou $\theta_a = 53{,}13^\circ$.

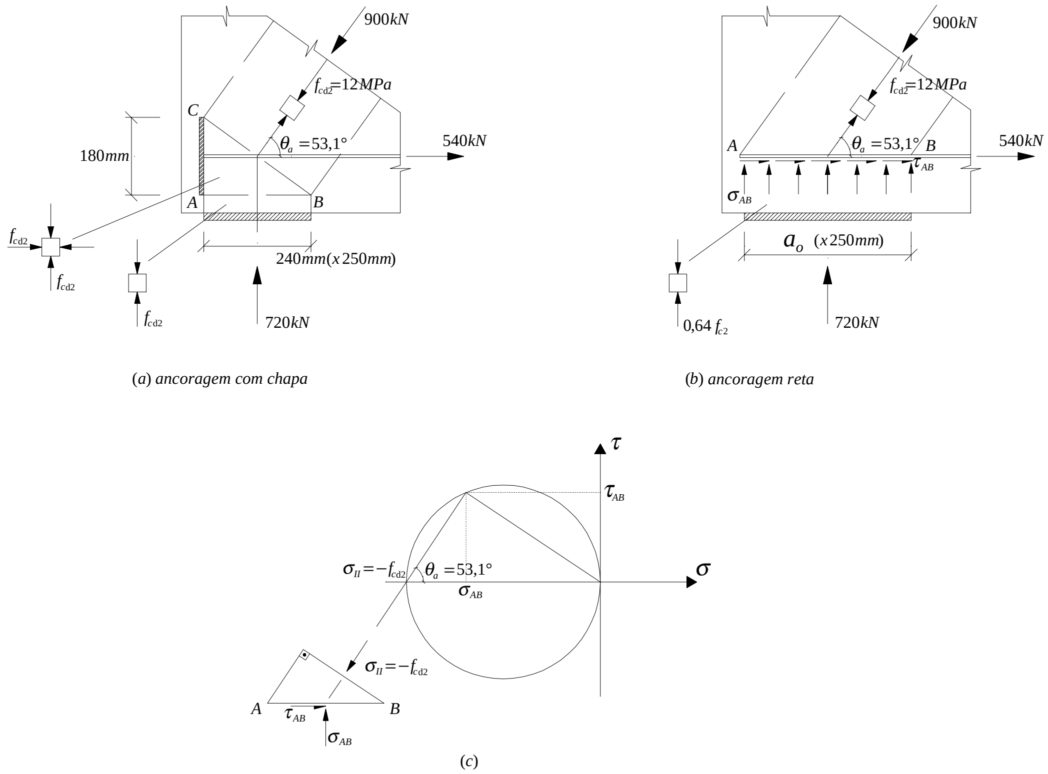


Fig. 7

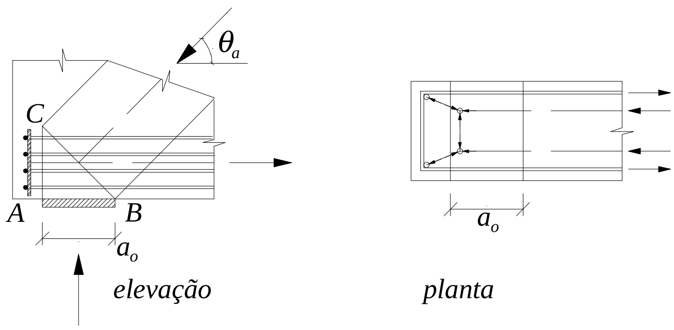
Na Fig. 7a tem-se, no nó ABC, um estado duplo de tensão semi-hidrostático, favorável ao concreto. Se a chapa AC for eliminada, a força na armadura tem de ser transmitida ao concreto por tensões de aderência τ_{AB}, entre a barra da armadura e a biela inclinada. Para manter a tensão normal solicitante nessa biela igual à resistência f_{cd2}, resulta que a tensão normal na placa de apoio, de dimensões $a_o \times 250\,mm$, passa a ser igual a 64% de f_{cd2}, pois, cf. a Fig. 7c, tem-se, com $\sigma_{AB} < 0$ e $\theta_a = 53{,}13^o$:

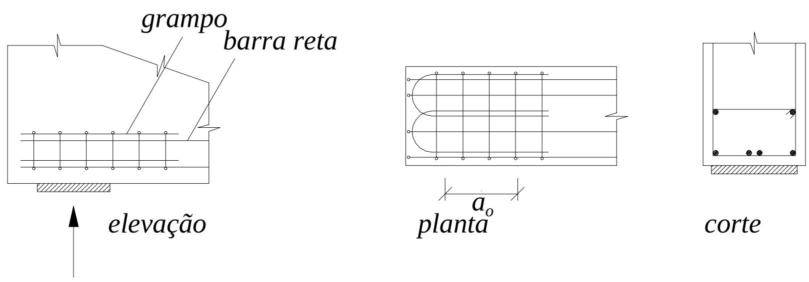
$$\tan(90-\theta_a) = -\frac{\tau_{AB}}{\sigma_{AB}}$$

$$\tau_{AB}^2 = -\sigma_{AB}(f_{cd2} + \sigma_{AB})$$

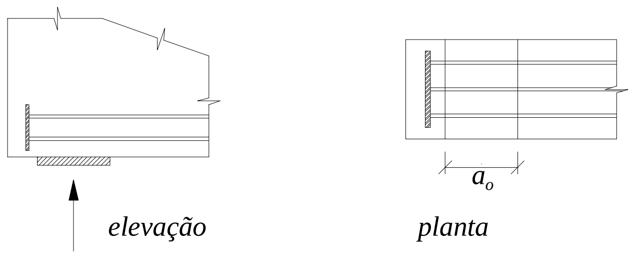
donde $\tau_{AB} = 0{,}48 f_{cd2}$ e $\sigma_{AB} = -0{,}64 f_{cd2}$. Portanto, a largura a_o, neste caso, deve ser aumentada de $240\,mm$ (Fig. 7a) para $240/0{,}64 = 375\,mm$ (Fig. 7b), pois a reação de apoio é a mesma em ambas soluções.

(*a*)

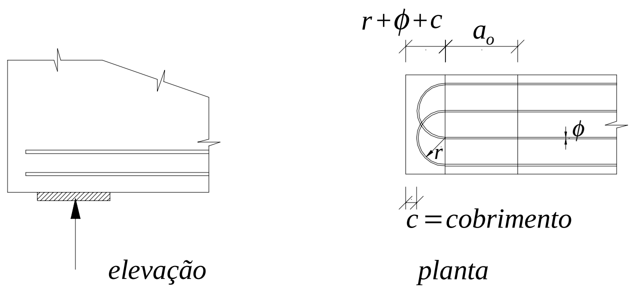




(*b*) *ancoragem com grampos*



(*c*) *ancoragem com chapa (soldada ou parafusada)*



(*d*) *armadura em laço*

Fig. 8

Nas peças que não apresentam variação brusca de geometria e da carga, é possível estabelecer os esforços resistentes em função dos esforços solicitantes M_d , N_d e V_d , observando-se que estes devem ser os resultantes, não no CG da seção (como se considera na análise estrutural), mas à meia altura da seção resistente à força cortante. Ver a Fig. 9.

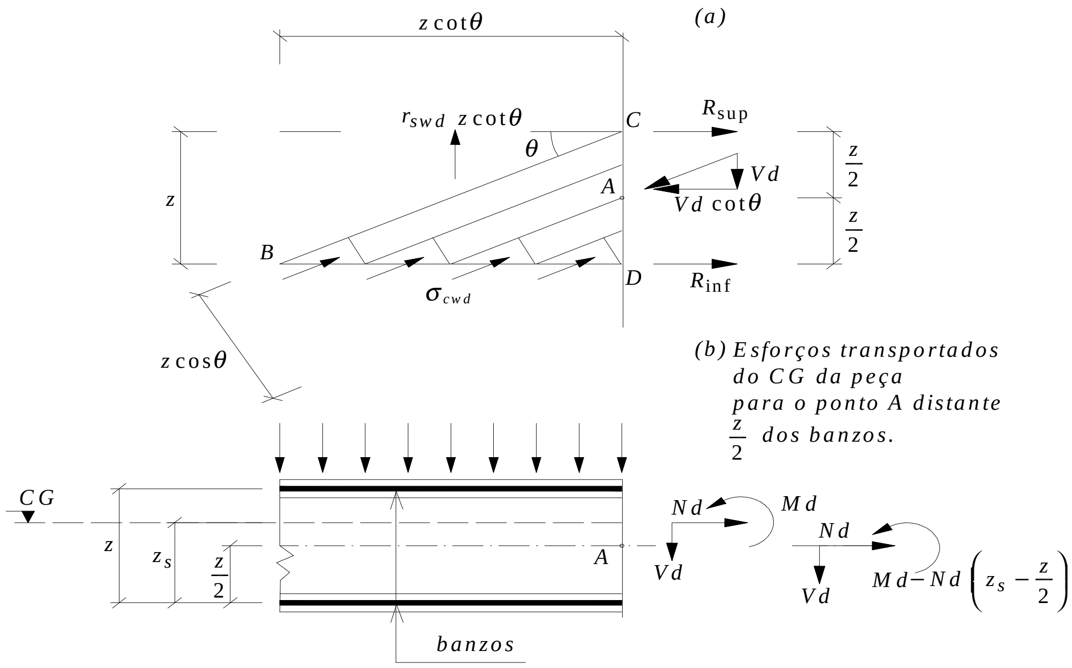


Fig. 9

As forças nos banzos são iguais a:

$$R_{\text{sup}} = -\frac{M_d}{z} + N_d \frac{z_s}{z} + \frac{V_d}{2}\cot\theta \tag{9a}$$

$$R_{\text{inf}} = \frac{M_d}{z} + N_d \left(\frac{z - z_s}{z}\right) + \frac{V_d}{2}\cot\theta \tag{9b}$$

onde z_s é a distância entre o banzo tracionado e o CG da peça. M_d , N_d e V_d são positivos como indicados na Fig. 9b. A força R nos banzos é positiva se for tração.

A tensão de compressão do concreto da alma pode ser obtida da Fig. 9a:

$$\frac{V_d}{\text{sen}\,\theta} = \sigma_{cwd} b_w z \cos\theta$$

ou

$$\sigma_{cwd} = \frac{V_d}{b_w z} \frac{1}{\operatorname{sen}\theta \cos\theta} = \frac{V_d}{b_w z} (\tan\theta + \cot\theta) \leq f_{cd2} \quad (10)$$

As resistências equivalentes do concreto do banzo comprimido, f_{cd1}, e da alma e flange, f_{cd2}, resultam das expressões dadas a seguir. No banzo comprimido tem-se, cf. o MC-90, item 6.2.2.2, e a NBR 6118, itens 17.4.2.2 e 17.4.2.3:

$$f_{cd1} = 0{,}85(1 - \frac{f_{ck}}{250}) f_{cd} \quad (11)$$

$$f_{cd2} = 0{,}7 f_{cd1} = 0{,}60(1 - \frac{f_{ck}}{250}) f_{cd} \quad (12)$$

com f_{ck} em MPa, $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$

A resistência do concreto da alma, f_{cd2}, deve ser menor que f_{cd1}, pois nela há um estado duplo de tensão do tipo compressão-tração. As tensões de tração originam-se das tensões de aderência entre o estribo e o concreto envolvente e das tensões de atrito na fissura. Esta redução é igual a 30% em relação a f_{cd1}, cf. mostra a Equação (12).

No que segue, quando for o caso de marcar a diferença entre os esforços solicitantes e resistentes, usam-se, respectivamente, os sub-índices maiúsculos S e R.

A distância z entre os banzos pode ser admitida, a favor da segurança, como sendo a da seção mais crítica $(V = 0)$, no segmento da viga onde a força cortante mantém seu sinal. A NBR 6118: 2003 admite $z = 0{,}9d$, onde d é a altura útil da referida seção crítica. Com isto, a força cortante máxima resistida pela alma da viga é igual a (em (10) substitui-se σ_{cw} por f_{cd2}, z por $0{,}9d$, e usa-se a (12)):

$$V_{Rd2} = 0{,}9 f_{cd2} b_w d \operatorname{sen}\theta \cos\theta = 0{,}54(1 - \frac{f_{ck}}{250}) \frac{f_{cd} b_w d}{\tan\theta + \cot\theta} \quad (13)$$

Este limite deve ser respeitado para evitar, com a devida segurança, o esmagamento do concreto da alma.

A força no estribo por unidade de comprimento, r_{swd}, decorre do equilíbrio do elemento BCD, Fig. 9a, na direção vertical:

$$r_{swd} = \frac{V_{Sd}}{z \cot\theta}$$

E como $r_{swd} = \frac{A_{sw}}{s} f_{ywd}$, obtém-se a área da armadura transversal (estribos verticais, no caso) igual a:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Sd}}{f_{ywd}\, z \cot\theta} \tag{14}$$

onde s é o espaçamento longitudinal do estribo e A_{sw} é a área do estribo, contados nela todos os seus ramos.

Note-se que a armadura no trecho BD depende da força cortante na seção D, que é o menor valor de V nesse segmento. O contrário ocorreria se toda a carga q_d fosse aplicada na base da viga. Assim, se houver uma parcela $q_{d,\inf}$ aplicada na base da viga, esta se soma a $\frac{V_{Sd}}{z \cot\theta}$, pois esta carga deve ser suspensa até o banzo superior, donde:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{\dfrac{V_{Sd}}{z \cot\theta} + q_{d,\inf}}{f_{ywd}} \tag{15}$$

As resistências da armadura longitudinal dos banzos é $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$ e da armadura transversal da alma e flanges (especialmente da flange tracionada longitudinalmente), $f_{ywd} = \frac{f_{ywk}}{\gamma_s}$, com $f_{ywk} \le 500\ MPa$ e $\gamma_s = 1{,}15$. A restrição da resistência do aço a $500 MPa$, mesmo que seja usado o CA-60 como estribo, tem em vista *limitar a abertura da fissura inclinada em serviço*.

As flanges de uma seção duplo T são também tratadas como chapas, de forma análoga à alma da viga. Ver a Fig. 10. Nas interfaces alma-flange dos banzos comprimido e tracionado desenvolve-se um fluxo de força cortante por unidade de comprimento, v_{fl}, igual ao gradiente da força no banzo considerado. Nas zonas B (paralelogramos), v_{fl} é constante. Nas zonas D (leques), v_{fl} tem variação linear. Considerando que as chapas da alma e das flanges têm espessuras finitas, b_w na alma e h_{fl} nas flanges, a rigor só se considera a parcela de v_{fl} que forma o campo de tensões da parte da flange fora da alma.

O ângulo do campo de compressão das flanges pode ser escolhido como para a alma, observando-se que no banzo comprimido há fluxo de cisalhamento com tensões normais longitudinais de compressão e no banzo tracionado há fluxo de cisalhamento com tensões normais de tração. Para simplificar, pode-se escolher $\cot\theta_{fl} = 2$ nas flanges comprimidas, e $\cot\theta_{fl} = 1$ nas flanges tracionadas. Note-se que a força a ancorar no apoio deve contar com a parcela da armadura longitudinal contida na largura da alma.

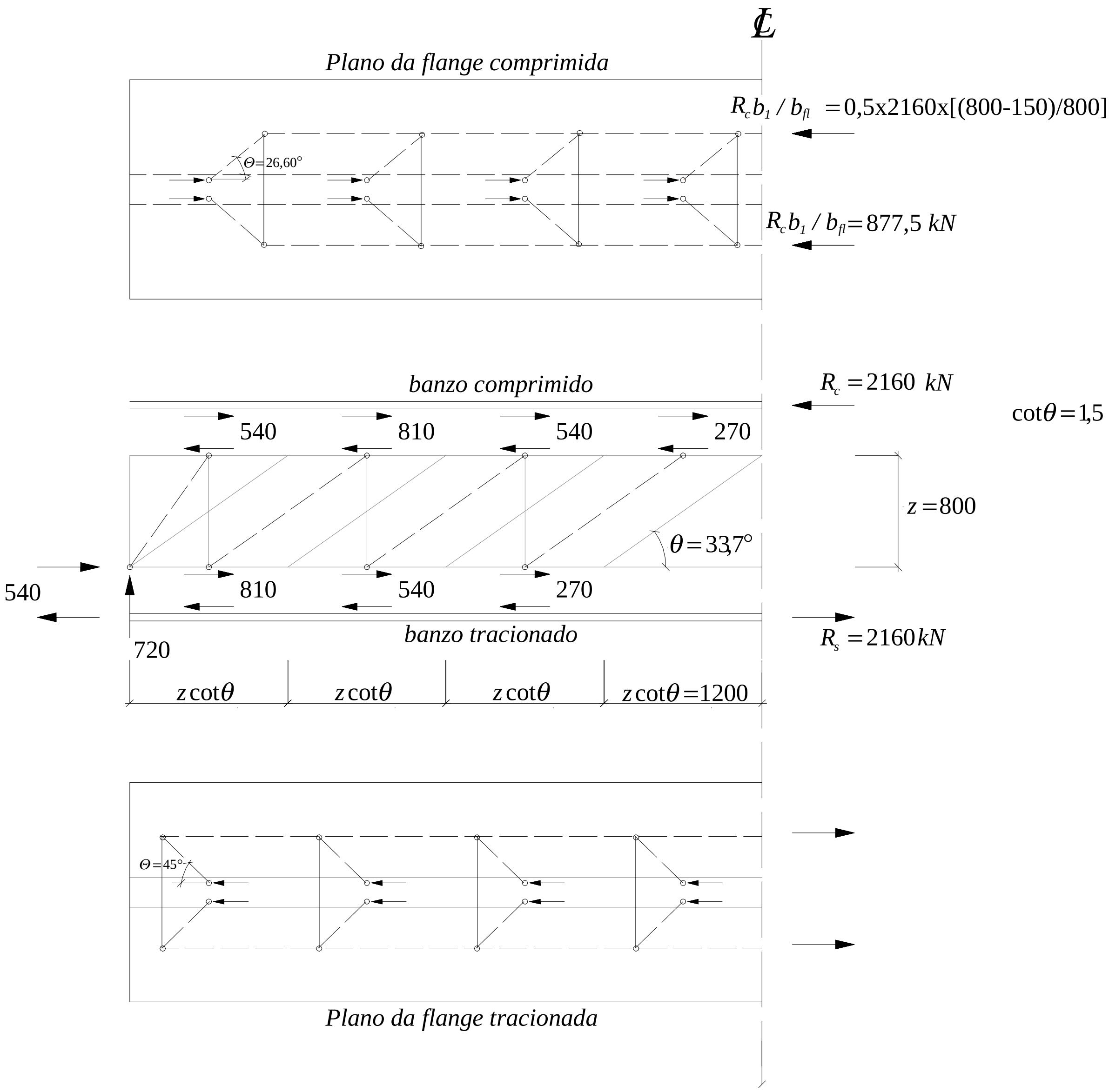


Fig. 10

Note-se também que, na flange comprimida, a parcela do fluxo total v_{fl} que cabe a um dos lados é dada por

$$\frac{b_1}{b_{fl}} v_{fl} \tag{16}$$

se o bloco de tensões normais, de altura y, estiver contido na flange. Esta expressão pode ser melhorada, se, ao adotar-se $y = h_{fl}$, resultar uma largura da flange *menor* que a efetivamente existente, considerando-se um bloco retangular de tensões no concreto, com a máxima resistência (Regan, 1999).

Se $y > h_{fl}$, então deve-se ter

$$\frac{A_1}{A_c} v_{fl} = \frac{b_1 h_{fl}}{(b_{fl} - b_w) h_{fl} + b_w y} v_{fl} \qquad (17)$$

sendo b_1 e A_1 a largura e a área correspondentes à parte considerada da flange fora da alma. O mesmo vale para a flange tracionada, mas a fração que multiplica v_{fl} é dada em termos de área das armaduras longitudinais A_{s1}/A_s, onde A_{s1} é a área da armadura contida na parte considerada da flange fora da alma e A_s é a área total. Como se vê, nesta flange o fluxo v_{fl} depende da distribuição das barras da armadura longitudinal.

De acordo com a NBR 6118:2003, item 17.4.1.1, o valor mínimo da área da armadura transversal por unidade de comprimento, vem a ser:

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{\min} = 0{,}2 \frac{f_{ctm}}{f_{ywk}} b_w \qquad (18)$$

Esta expressão é válida para estribos verticais, sendo $f_{ywk} \leq 500\, MPa$, mesmo se for usado CA-60, como já dito.

O ângulo θ do campo de compressão, nas peças de concreto armado em flexão simples, é normalmente escolhido na faixa 45^o a 25^o. Com isto, a resistência do concreto da alma pode ser maximizada, se ângulo θ for escolhido igual a 45^o, mas, em contrapartida, o consumo de estribos também será máximo.

A área da armadura longitudinal decorre do diagrama da força no banzo tracionado, obtido com as cargas de cálculo, dividido pela resistência de cálculo f_{yd}. A armadura resultante pode, como se disse, ser parcialmente interrompida de modo a cobrir esse diagrama, bastando adicionar o comprimento de ancoragem às barras interrompidas. Esta distribuição longitudinal das barras do banzo tracionado corresponde ao diagrama da força resistente desse banzo, o qual deve cobrir o diagrama da força solicitante.

A armadura do apoio extremo $(M_d = 0)$ é calculada com a força obtida de (9b), e $\theta = \theta_a$ da Equação (8), donde:

$$R_{\inf} = N_d \left(\frac{z - z_s}{z}\right) + \frac{V_d}{2} \cot \theta_a \qquad (19)$$

Esta expressão é válida nos casos de apoio indireto (viga apoiada em viga, torção de compatibilidade desprezada), e z_s é considerado como no vão. Se o apoio for direto (carga na face superior da viga e apoio na face inferior) faz-se $z_s = 0$, e elimina-se o fator $1/2$ que multiplica a força cortante.

Para a área mínima da armadura longitudinal, que deve chegar aos apoios extremos e internos, e a ancoragem das barras longitudinais nesses apoios, a NBR 6118: 2003 exige, no item 18.3.2.4, que:

$A_{s,apoio} \geq \dfrac{A_{s,vão}}{3}$ se $M_{apoio} = 0$ ou negativo e de valor absoluto $\left|M_{apoio}\right| \leq 0{,}5 M_{vão}$, e (20)

$A_{s,apoio} \geq \dfrac{A_{s,vão}}{4}$ se $M_{apoio} < 0$ e de valor absoluto $\left|M_{apoio}\right| > 0{,}5 M_{vão}$. (21)

Nos apoios extremos a ancoragem das barras longitudinais do banzo tracionado deve ser maior que o maior dos seguintes valores:

$$l_{b,apoio} \geq \max\begin{Bmatrix} l_{b,nec} \\ r + 5{,}5\phi \\ 60\ mm \end{Bmatrix} \qquad (22)$$

onde $l_{b,nec}$ é o comprimento de ancoragem necessário, cf. o item 9.4.2.5 da NBR 6118: 2003, r é o raio de curvatura interno do gancho (cf. a Tabela 9.1 da mesma norma), e ϕ é o diâmetro da barra longitudinal. Se, ortogonalmente ao plano do gancho, houver um cobrimento não inferior a $70\,mm$, e as ações acidentais não ocorrerem com grande freqüência com seu valor máximo (o que é o caso das pontes e das vigas de ponte rolante), é permitido desconsiderar $l_{b,nec}$, prevalecendo o maior dos dois outros valores. Nos apoios intermediários, pode-se ancorar as barras longitudinais com um comprimento pelo menos igual a 10ϕ, dentro do pilar, desde que não haja possibilidade de ocorrência de momentos positivos nessa região, provocados por situações imprevistas, como recalque de apoio e a ação do vento. Se esta possibilidade existir, deve-se usar barras contínuas ou emendadas sobre o apoio.

Os estribos devem ser fechados e devem envolver as armaduras dos banzos, especialmente a do tracionado. O diâmetro ϕ_t das barras que formam os estribos está sujeito às restrições seguintes (item 18.3.3.2 da NBR 6118: 2003):

$$\phi_t \geq 5mm \text{ e } \phi_t \leq \frac{b_w}{10} \qquad (23)$$

Os espaçamentos longitudinais entre estribos e transversais entre os seus ramos devem garantir uma uniformidade no campo de compressão, através das seguintes condições (do mesmo item da NBR):

Direção longitudinal:

Se $V_{Sd} \leq 0{,}67 V_{Rd2}$ então $s \leq \begin{Bmatrix} 0{,}6d \\ 300mm \end{Bmatrix}$ (24a)

Se $V_{Sd} > 0{,}67 V_{Rd2}$ então $s \leq \begin{Bmatrix} 0{,}3d \\ 200mm \end{Bmatrix}$ (24b)

Direção transversal (paralela à largura da alma), distância entre ramos sucessivos do estribo:

Se $V_{Sd} \leq 0{,}20 V_{Rd2}$ então $s \leq \begin{Bmatrix} d \\ 800mm \end{Bmatrix}$ (25a)

Se $V_{Sd} > 0{,}20 V_{Rd2}$ então $s \leq \begin{Bmatrix} 0{,}6d \\ 350mm \end{Bmatrix}$ (25b)

Estes são os espaçamentos máximos. Os valores mínimos desses espaçamentos devem permitir, com folga, a passagem do vibrador, para obter-se um adensamento adequado da argamassa. Ver o mesmo item da NBR para outras condições.

3. O Modelo de Cálculo I da NBR 6118 para o Dimensionamento à Força Cortante

O modelo da cálculo I da NBR 6118, cf. o item 17.4.2.2, é um caso particular da teoria exposta anteriormente, e consiste em adotar a inclinação θ do campo de compressão igual a 45^o, descontando-se da força cortante solicitante, $V_{S,d}$ (ou da força cortante efetiva, $V_{S,d,ef}$, na protensão) a parcela V_c. Este desconto é feito *apenas no cálculo da armadura transversal*. Esta força resistente decorre principalmente do atrito entre as faces da fissura inclinada, e tem seu valor estabelecido a partir da seguinte grandeza:

$$V_{co} = 0{,}6 f_{ctd} b_w d$$

com (26)

$$f_{ctd} = \frac{0{,}20 f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c}$$, em MPa e $\gamma_c = 1{,}4$

(a) nos elementos estruturais em flexão simples e na flexo-tração com a LN na seção:

$$V_c = V_{co} \qquad (27)$$

(b) nos elementos estruturais protendidos ou em flexo-compressão

$$V_c = V_{co}(1 + \frac{M_o}{M_{Sd,\max}}) \le 2V_{co} \qquad (28)$$

onde

M_o é o momento fletor que anula, na seção crítica, a tensão normal de compressão na borda do banzo tracionado no ELU, consideradas apenas a protensão ($\gamma_p = 0{,}9$) e a força normal das cargas ($\gamma_f = 1$) e, se houver, a força normal hiperestática de protensão ($\gamma_p = 0{,}9$). Note-se que é mais desfavorável considerar a protensão após todas as perdas.

$M_{Sd,\max}$ é o momento fletor da seção crítica (ou o de maior módulo, se houver duas seções críticas) no segmento considerado da peça, originado pelas cargas de cálculo e pelos hiperestáticos de protensão.

Com $\theta = 45^o$ posto na Equação (13), a segurança contra o esmagamento do concreto da alma é verificada através da seguinte condição:

$$V_{Rd2} = 0{,}27(1 - \frac{f_{ck}}{250}) f_{cd} b_w d \ge V_{Sd} \; ou \; V_{Sd,ef} \qquad (29)$$

A armadura transversal é dimensionada através da força cortante solicitante restante. Considerando-se somente estribos ortogonais ao eixo da peça ($\alpha = 90^o$ na expressão de V_{Sw}, cf. o item 17.4.1.2.1 da NBR), obtém-se:

$$V_{Sw} = V_{Sd} - V_c = \frac{A_{sw}}{s} 0{,}9 d f_{ywd} \text{, ou} \qquad (30a)$$

$$V_{Sw} = V_{Sd,ef} - V_c = \frac{A_{sw}}{s} 0{,}9 d f_{ywd} \text{ na protensão} \qquad (30b)$$

O efeito da força cortante na armadura longitudinal é considerado, indiretamente, na decalagem do diagrama da força no banzo tracionado.

Obtém-se, a seguir, a força cortante mínima correspondente às parcelas resistidas por atrito na fissura e pela armadura mínima. Das equações (8.6.24), (26), (27) e (18) resulta:

$$V_{Rd,\min} = V_{co} + (\frac{A_{sw}}{s})_{\min} 0{,}9 b_w d f_{ywd}$$

$$V_{Rd,\min} = (\frac{0,6\times 0,2}{1,4} + \frac{0,2\times 0,3\times 0,9}{1,15}) b_w d f_{ck}^{2/3} = (0,086 + 0,047) b_w d f_{ck}^{2/3}$$

$$V_{Rd,\min} = 0,133 b_w d f_{ck}^{2/3}, \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa} \tag{31}$$

Se ocorrer $V_{Sw} \le V_{Rd,\min}$, basta armadura transversal mínima dada pela Equação (18).

Note-se que esta dedução explica a origem do valor mínimo da taxa mecânica da armadura transversal, uma vez que a força cortante resistente mínima é $\frac{V_{Rd,\min}}{V_{co}} = \frac{0,133}{0,086} = 1,55$ vezes maior que a parcela transmitida por atrito na fissura, e este valor é praticamente igual ao coeficiente de segurança $\gamma_c = 1,5$, adotado no MC-90.

4. Escolha da Inclinação do Campo de Compressão

No item 2, foi dada a solução para o dimensionamento à força cortante através de campos descontínuos de tensão, podendo-se escolher livremente o ângulo θ do campo de compressão, para peças de concreto armado em flexão simples, na faixa 45^o a 25^o, correspondente a $\cot\theta = 1$ e $\cot\theta = 2$, aproximadamente. A faixa recomendada pelo MC-90, item 6.3.3.1, é 45^o a $18,4^o$, correspondente a $\cot\theta = 1$ e $\cot\theta = 3$. Os ângulos menores consideram as peças com força normal de compressão, especialmente as peças protendidas, normalmente projetadas para não fissurar em serviço (Nielsen, 1998).

No que segue, indica-se a parcela resistente V_c por V_{cd}, por coerência com a bibliografia usada neste item (aliás, como se mostrou há pouco, o mais correto seria manter a primeira notação, *pois o sub-índice* d *leva a crer que nesta parcela resistente foi introduzido um coeficiente de segurança material, quando os* 50% *desse coeficiente resultam da adoção da armadura transversal mínima*).

Mostra-se agora outra possibilidade de escolha desse ângulo, porém não mais livremente. É possível provar (Kirmair, 1985 e Buchaim, 1998) que a taxa mecânica da armadura transversal é a mesma, se for dimensionada com o ângulo θ do campo de compressão e com a força cortante $V_{Sd,ef}$ (efetiva, i. e., descontada a parcela vinda da protensão), ou com o ângulo de inclinação da fissura θ_{cr}, mas com a força cortante menor $V_{Sd,ef} - V_{cd}$, desde que entre estes ângulos seja atendida a seguinte equação:

$$\cot\theta = \cot\theta_{cr} \frac{1}{1 - \frac{V_{cd}}{V_{Sd,ef}}} \tag{32}$$

Para poder usar esta relação, é preciso ter o ângulo θ_{cr} de inclinação da fissura, nas várias modalidades de flexão, o que é providenciado nas FIP Recommendations, 1999. Ver também o trabalho de Reineck, 2002. O ângulo de inclinação da fissura e a força cortante transmitida por atrito na fissura dependem da força normal e da abertura da fissura na alma. Como aproximação, são admitidos os seguintes valores:

(a) peças sem força normal e sem protensão:

$\cot\theta_{cr} = 1{,}20$, ou seja, $\theta_{cr} \cong 40^{o}$ (33)

$$V_{cd} = 0{,}052(b_w z f_{cd1}) \tag{34}$$

(b) peças com força normal de compressão e peças protendidas:

$$\cot\theta_{cr} = 1{,}20 - 0{,}2\frac{\sigma_{xd}}{f_{ctm}} \tag{35}$$

$$V_{cd} = 0{,}075(1 - \frac{\cot\theta_{cr}}{4})(b_w z f_{cd1}) \geq 0 \tag{36}$$

(c) peças com força normal de tração

$$\cot\theta_{cr} = 1{,}20 - 0{,}9\frac{\sigma_{xd}}{f_{ctm}} \geq 0 \tag{37}$$

$$V_{cd} = 0{,}075(1 - \frac{0{,}36}{\cot\theta_{cr}})(b_w z f_{cd1}) \geq 0 \tag{38}$$

onde:

$\sigma_{xd} = \dfrac{N_{Sd}}{A_o}$ = tensão solicitante no CG, negativa se compressão, A_o = área da seção (39)

$f_{cd1} = 0{,}85\dfrac{f_{ck}}{\gamma_c}$ e $\gamma_c = 1{,}4$ (sem o fator $(1 - f_{ck}/250)$ incluído em (11))

$f_{ctm} = 0{,}30 f_{ck}^{2/3}$, em MPa

Tendo em vista a Equação (32), pode-se colocar a seguinte questão: qual é, na flexão simples, o ângulo de inclinação do campo de compressão que leva à mesma armadura transversal (estribos verticais) obtida pelo método I da NBR 6118: 2003, calculada com $V_{Sd,ef} - V_{cd}$ e $\theta = 45^{o}$? A Fig. 11 mostra o ângulo de inclinação do campo de compressão implícito no modelo I da NBR 6118, com $\theta = 45^{o}$ e $\dfrac{V_{Sd}}{V_{co}}$ variando de $1{,}55$ a 10. Como mostra a figura, para forças cortantes acima do valor correspondente a $V_{Rd,\min} = 1{,}55 V_{co}$, obtido na dedução de (31), a inclinação do campo de compressão varia entre $\approx 20^{o}$ e pouco abaixo de 45^{o}. Note-se também que, no dimensionamento de um segmento da peça pelo método I, a parcela resistente V_{co} é tomada como constante, enquanto a força cortante solicitante é geralmente decrescente. Com isto, a armadura transversal é dimensionada equivalentemente, com inclinações do campo de compressão cada vez menores. Neste caso, *o modelo seria o de campos descontínuos de tensão formados apenas por leques justapostos seqüencialmente, correspondendo, portanto, a uma treliça de banzos paralelos e diagonais comprimidas de inclinações decrescentes em direção à seção crítica*. Mas este não é o caso de dimensionamento usual através de campos descontínuos de tensão. Como mostrado na Fig. 4, escolhe-se livremente o ângulo θ de inclinação do campo de compressão numa determinada faixa, e mantém-se constante esse ângulo em todo o segmento da peça a dimensionar. Logo, a armadura transversal assim dimensionada é algo superior àquela obtida pelo método I da NBR 6118.

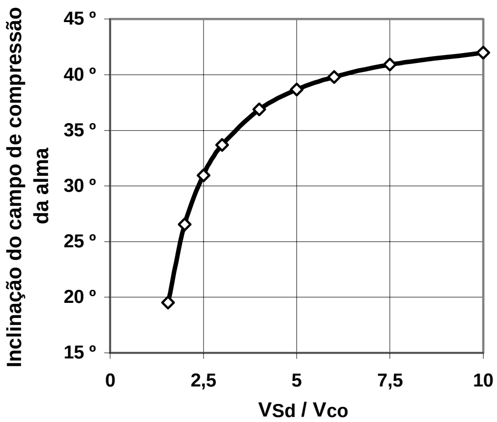


Fig. 11

Assim, do exposto fica muito evidente que, não importa qual seja a teoria aplicada no dimensionamento à força cortante, as diferenças no consumo de armadura *total* por força cortante não podem ser grandes. Portanto, o critério de escolha do ângulo θ do campo de compressão deverá orientar-se pelo aspecto construtivo, na medida do possível diminuindo o consumo de estribos e aumentando o consumo de armadura longitudinal. Entretanto, é preciso garantir a ancoragem adequada da armadura longitudinal no apoio, cuja força aumenta quando θ diminui. Além disso, para evitar abertura exagerada da fissura inclinada em serviço, a tensão no estribo deve ser controlada. Como orientação, o valor desta tensão em serviço é cerca de $250\,MPa$. O modelo de cálculo é o mesmo do ELU, podendo-se adotar a inclinação $\theta_s > \theta$ do campo de compressão *em serviço* decorrente da seguinte equação

$$\cot\theta_s = \sqrt{\cot\theta} \tag{40}$$

onde θ é o valor adotado no ELU. (O sub-índice s indica *serviço*). Para os casos de fadiga, ver o item 23.5.3 da NBR 6118: 2003.

9. Bibliografia

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **Projeto de estruturas de concreto - Procedimento:** NBR 6118: 2003. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **Projeto e execução de pontes de concreto armado e protendido:** NBR 7187. Rio de Janeiro, Maio 1987.

BUCHAIM, R. **Resistência à força cortante.** Editora UEL. Londrina, 1998.

BUCHAIM, R. **A influência da não-linearidade física do concreto armado na rigidez à flexão e na capacidade de rotação plástica.** 2001. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo. (acessível em: www.uel.br/ctu/dtru, ou www.teses.usp.br).

COLLINS, M. P.; MITCHELL, D. **Prestressed concrete basics.** Ottawa: Canadian Prestressed Concrete Institute, 1987.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 1990.** London: Thomas Telford, 1993.

EUROCODE 2: Projecto de estruturas de betão. Pt. 1: Regras gerais e regras para edifícios. Versão portuguesa para aprovação pela CT 115. Dez. 1991.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRECONTRAINTE. **Practical design of structural concrete**. London: SETO, 1999. FIP Recommendations.

KIRMAIR, K. **Das Schubtragverhalten schlanker Stahlbetonbalken. Theoretische und experimentelle Untersuchungen für Leicht- und Normalbeton.** Juli 1985. Dissertation, Technische Universität München.

MARTI, P.; u. a. **Autographie Stahlbeton GZ I.** Institut für Baustatik und Konstruktion (IBK), ETH Zürich.

MARTI, P.; ALVAREZ, M.; KAUFMANN, W.; SIGRIST, V. **Tragverhalten von Stahlbeton.** Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich. IBK Publication SP-008, September 1999.

MUTTONI, A.; SCHWARTZ, J.; THÜRLIMANN, B. **Design and detailing of reinforced concrete structures using stress fields.** Swiss Federal Institute of Technology, Zürich, Switzerland, 1989.

NIELSEN, M. P. **Limit analysis and concrete plasticity.** 2. Ed. Boca Raton: CRC Press, 1998.

REGAN, P. Ultimate limit state principles. In: FEDERATION INTERNATIONALE DU BÉTON. Bulletin 2. **Structural Concrete:** textbook on behavior, design and performance. Lausanne, 1999. V. 2, p. 141-223.

REINECK, K. H. Shear design in a consistent design concept for structural concrete based on strut-and-tie models. In: FEDERATION INTERNATIONALE DU BÉTON. Bulletin 16. **Design examples for the 1996 FIP recommendations 'Practical design of structural concrete'**. Lausanne, Jan. 2002, p. 165-186.